

Kinematika Sebuah Partikel

oleh

Delvi Yanti, S.TP, MP

Kinematika Garis Lurus : Gerakan Kontiniu

- Statika : Berhubungan dengan kesetimbangan benda dalam keadaan diam atau bergerak dengan kecepatan konstan.
- Dinamika : Berhubungan dengan benda-benda yang bergerak dipercepat.
- Kinematika : Membahas aspek geometris gerakan
- Kinetika : Membahas gaya-gaya yang menyebabkan gerakan itu.

Kinematika Garis Lurus

- Jarak

Jarak partikel dapat didefinisikan sebagai perubahan posisi partikel

$$\Delta r = r' - r \text{ atau } \Delta s = s' - s$$

- Jika partikel bergerak melalui suatu jarak Δr dari P menuju P' selama interval waktu Δt , maka **kecepatan rata-rata** selama interval waktu tersebut :

$$V_{avg} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

Kecepatan dan Percepatan Sesaat

- Jika kita ambil nilai Δt yang semakin kecil, besarnya Δr menjadi semakin kecil pula. Akibatnya **kecepatan sesaat** didefinisikan sebagai :

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta r}{\Delta t} \right) \quad \text{atau} \quad V = \frac{dr}{dt} \quad \text{atau} \quad V = \frac{ds}{dt}$$

Besarnya kecepatan dikenal dengan istilah kelajuan (m/s). Kelajuan rata-rata merupakan jarak total yang ditempuh partikel (S_T) dibagi dengan waktu yang berlalu.

$$V_{sp} = \frac{S_T}{\Delta t}$$

- Percepatan rata-rata partikel selama selang waktu Δt didefinisikan :
$$a_{avg} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
- Percepatan sesaat pada saat t , didapatkan dengan mengambil nilai Δt yang semakin kecil dan nilai Δv semakin kecil, sehingga **percepatan sesaat** didefinisikan :

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right) \quad \text{atau} \quad a = \frac{dv}{dt} \quad \text{atau} \quad a = \frac{d^2s}{dt^2}$$

sehingga :

$$a \cdot ds = v \cdot dv$$

Percepatan Konstan, $a = a_c$

$$a_c = \frac{dv}{dt} \quad v = \frac{ds}{dt} \quad a_c \cdot ds = v \cdot dv$$

- **Kecepatan sebagai Fungsi Waktu**

Integrasi $a_c = \frac{dv}{dt}$ dengan asumsi bahwa $v = v_0$ ketika $t = 0$

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a_c dt$$

$$v - v_0 = a_c (t - 0)$$

$$v = v_0 + a_c t$$

- **Posisi sebagai Fungsi Waktu**

$$\int_{s_0}^s ds = \int_0^t (v_0 + a_c t) dt$$

$$s - s_0 = v_0 (t - 0) + a_c \left(\frac{1}{2} t^2 - 0 \right)$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$$

- **Kecepatan sebagai Fungsi Posisi**

$$\int_{v_0}^v v dv = \int_{s_0}^s a_c ds$$

$$\frac{1}{2} v^2 - \frac{1}{2} v_0^2 = a_c (s - s_0)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 a_c (s - s_0)$$

Contoh Soal :

1. Posisi sebuah partikel sepanjang garis lurus diberikan oleh $s = (2t^3 - 5t^2 + 15t)m$, dengan t dalam sekon. Tentukan kecepatan dan percepatan maksimum dalam selang waktu $0 \leq t \leq 10$ s.
2. Selama tes, sebuah mobil bergerak dalam garis lurus, untuk waktu yang singkat kecepatannya didefinisikan oleh $v = 0,5 (6t^2 + 3t)m/s$, dengan t dalam sekon. Tentukan posisi dan percepatannya saat $t = 3$ s (ketika $t = 0$, $s = 0$).

3. Sebuah bola kasti dilempar ke bawah dari sebuah menara 20 m dengan kelajuan awal 5 m/s. Tentukan kelajuan ketika ia menyentuh tanah dan waktu perjalanannya.
4. Seorang pengendara sepeda berangkat dari keadaan diam dan setelah bersepeda sepanjang lintasan yang lurus sejauh 30 m mencapai kelajuan 20 km/jam. Tentukan percepatannya jika percepatannya konstan, dan berapa waktu yang dibutuhkan untuk mencapai kelajuan 20 km/jam?

Kinematika Rektangular :

Gerakan Tak Teratur

- Diketahui Grafik s-t, maka dihasilkan Grafik v-t

$$v = \frac{ds}{dt}$$

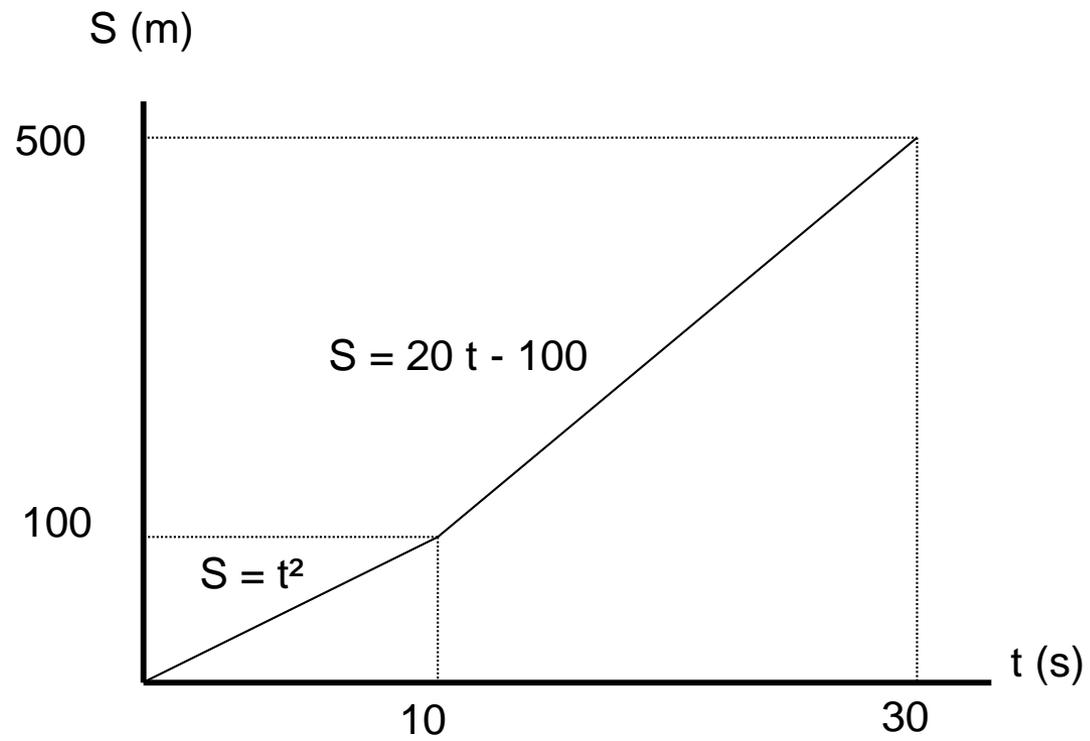
- Slope Grafik s-t = kecepatan
- Diketahui Grafik v-t, dihasilkan Grafik a-t

$$a = \frac{dv}{dt}$$

- Slope Grafik v-t = percepatan

Contoh Soal

6. Dari eksperimen, sebuah alat penyanggulma bergerak sepanjang jalan yang lurus, dalam waktu kurang dari 10 detik, jarak yang ditempuhnya membuat persamaan $S = t^2$, sedangkan persamaan dari waktu 10 detik hingga 30 detik adalah $S = 20t - 100$, jarak yang ditempuh dalam waktu 30 detik ditunjukkan grafik berikut. Buatlah grafik v-t dan a-t untuk periode waktu $0 \leq t \leq 30$ s.



- Diketahui Grafik a-t, maka dihasilkan grafik v-t

$$\Delta v = \int a . dt$$

dimana perubahan kecepatan = luas daerah dibawah grafik a-t

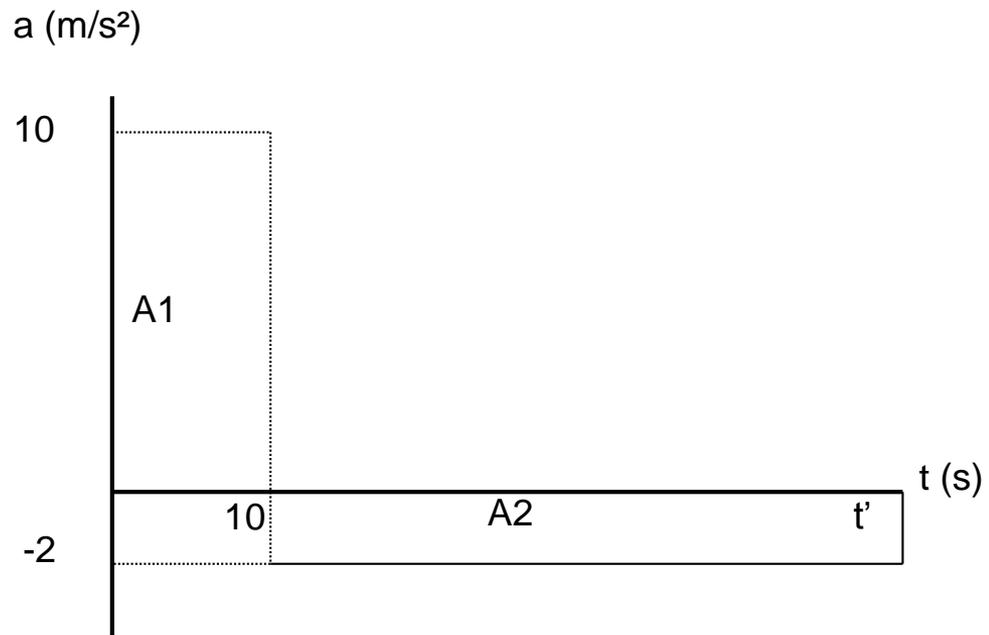
- Diketahui Grafik v-t, maka dihasilkan grafik s-t

$$\Delta s = \int v . dt$$

dimana perubahan jarak = luas daerah dibawah grafik v-t

Contoh Soal

7. Uji teknis sebuah traktor dimulai saat diam dan berjalan sepanjang lintasan lurus dengan percepatan konstan rata-rata 10 m/s^2 , dan kemudian melambat dengan rata-rata konstan. Gambarkan grafik $v-t$ dan $s-t$, serta tentukan waktu t' yang dibutuhkan saat traktor berhenti. Berapa jarak yang telah ditempuh oleh traktor?



- Diketahui Grafik a-s, maka dihasilkan Grafik v-s

$$a \cdot ds = v \cdot dv$$

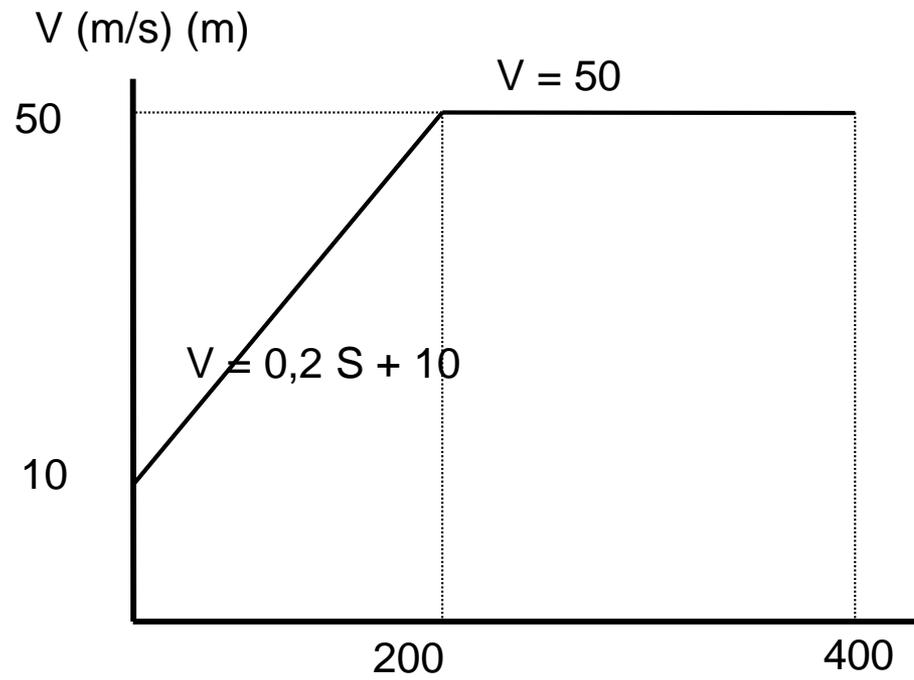
$$\int_{v_0}^{v_1} v \cdot dv = \int_{s_0}^{s_1} a \cdot ds \quad \frac{1}{2} (v_1^2 - v_0^2) = \int_{s_0}^{s_1} a \cdot ds$$

- Diketahui Grafik v-s, maka dihasilkan grafik a-s

$$a = v \left(\frac{dv}{ds} \right)$$

Contoh Soal

8. Grafik v - s berikut menggambarkan pergerakan sebuah alat penyiangan. Buatlah grafik a - s dari pergerakan tersebut dan tentukan waktu yang dibutuhkan sepeda motor untuk mencapai posisi $s = 400$ m.



**Gerakan Garis Lengkung :
Komponen-komponen
Rektangular**

- **Posisi**

Posisi partikel pada titik (x,y,z) adalah

$r = xi + yj + zk$, dimana

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

- **Kecepatan**

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt} (xi) + \frac{d}{dt} (yj) + \frac{d}{dt} (zk)$$

$$v = \frac{dr}{dt} = v_x i + v_y j + v_z k$$

Sehingga :

$$v_x = \dot{x} \quad v_y = \dot{y} \quad v_z = \dot{z}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

- **Percepatan**

dengan : $a = \frac{dv}{dt} = a_x i + a_y j + a_z k$

$$a_x = \dot{v}_x = \ddot{x}$$

$$a_y = \dot{v}_y = \ddot{y}$$

$$a_z = \dot{v}_z = \ddot{z}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Contoh Soal

9. Posisi horizontal balon cuaca dinyatakan oleh $x = (8t)$ m dengan t dalam sekon. Jika persamaan lintasan balon cuaca tersebut $y = \frac{x^2}{10}$, tentukan
- Jarak balon cuaca, ketika $t = 2$ s
 - Arah dan kecepatan, ketika $t = 2$ s
 - Arah dan percepatan, ketika $t = 2$ s

Gerakan Peluru

- Gerakan Horizontal, $a_x = 0$, maka :

$$v = v_0 + a_c t$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 a_c (s - s_0)$$

- Gerakan Vertikal, sumbu y positif ke arah atas, $a_y = -g$, maka :

$$v = v_0 + a_c t$$

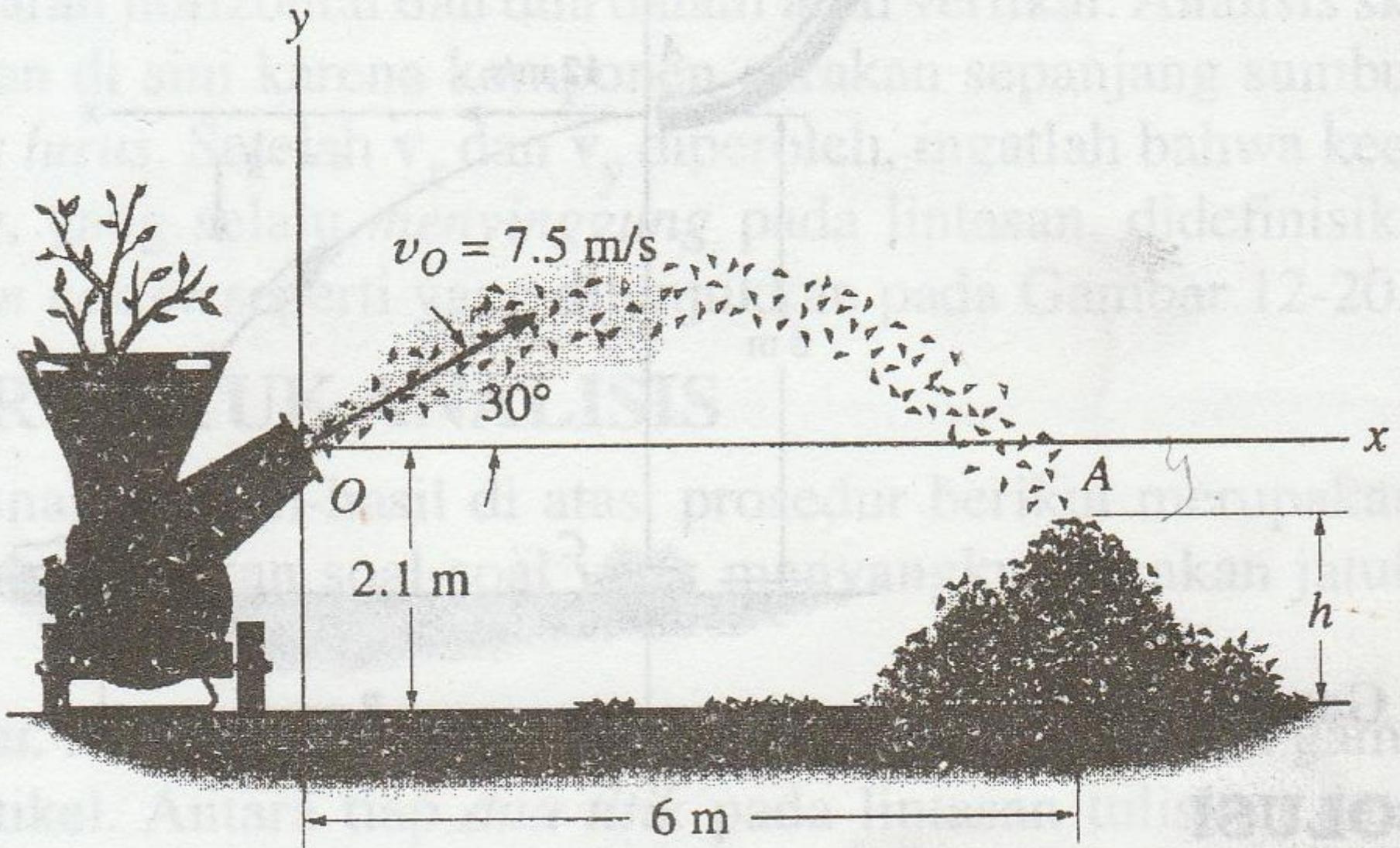
$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 a_c (y - y_0)$$

Contoh Soal :

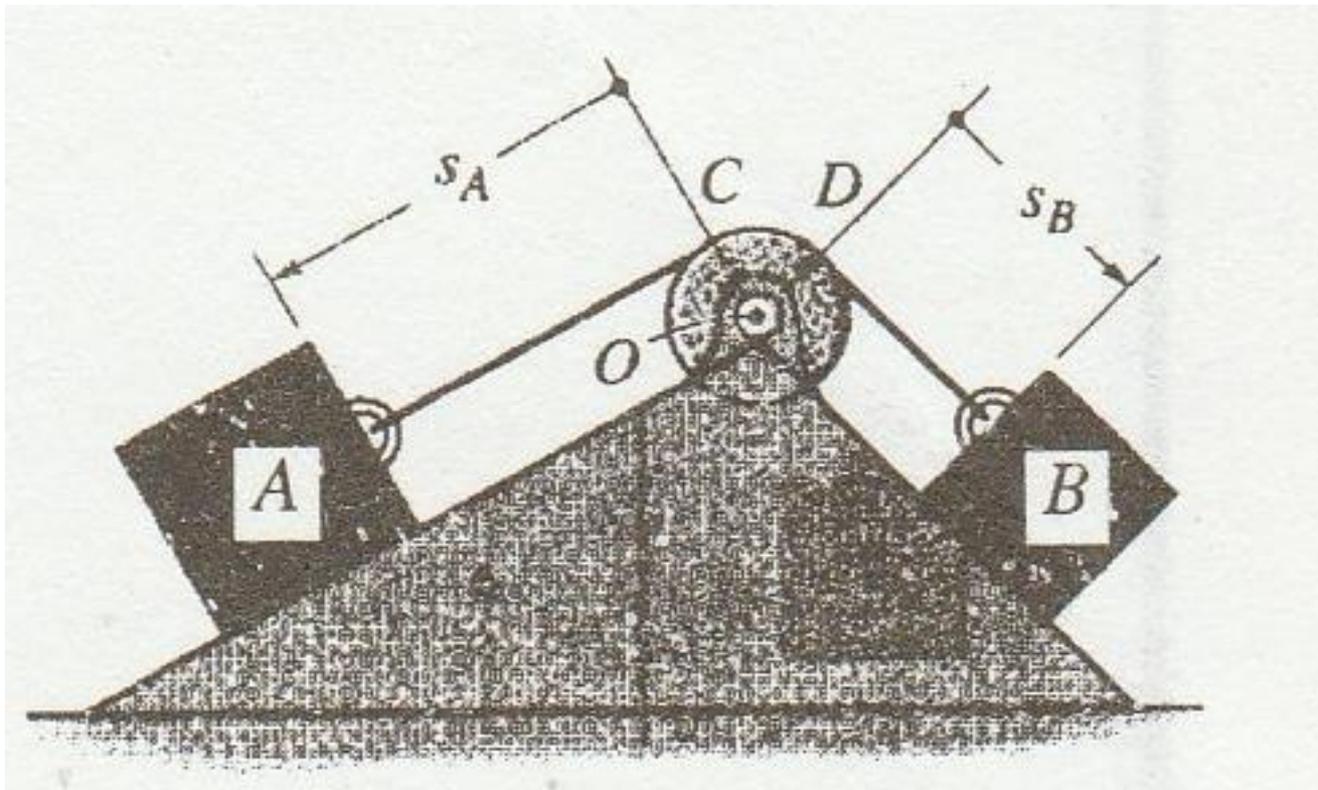
10. Proses pemindahan karung yang berisi gabah menggunakan sistem peluncuran. Jika gabah yang harus dipindahkan 50 karung, berapa waktu yang dibutuhkan untuk pemindahan gabah tersebut, jika jarak vertikal dari tempat pemindahan gabah 6 meter.

11. Mesin penghancur kayu dirancang untuk membuat kepingan-kepingan kayu dengan $V_0 = 7,5 \text{ m/s}$. Jika pipa pengeluaran kepingan kayu diarahkan 30° terhadap horizontal, maka berapa tinggi tumpukan kepingan kayu jika jarak antara mesin penghancur dengan tumpukan sejauh 6 meter dan jarak pipa pengeluaran dengan tanah 2,1 m.

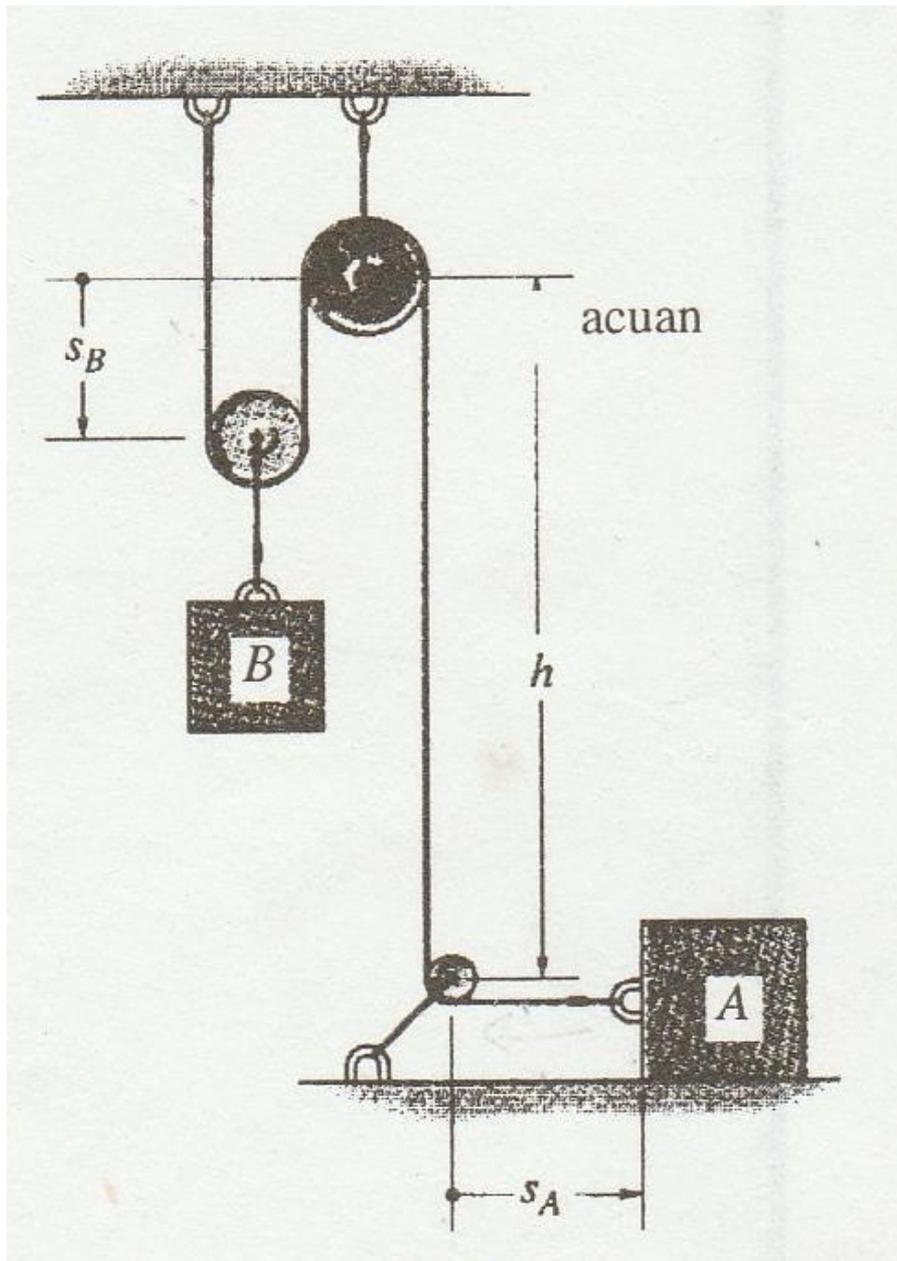


Analisis Gerakan Dua Partikel yang Bergantung Mutlak

- Dalam beberapa jenis gerakan suatu partikel akan tergantung pada gerakan yang sesuai pada partikel lain.
- Ketergantungan ini biasanya terjadi jika partikel-partikel dihubungkan oleh tali yang tak dapat dipanjangkan yang dililitkan mengelilingi katrol.

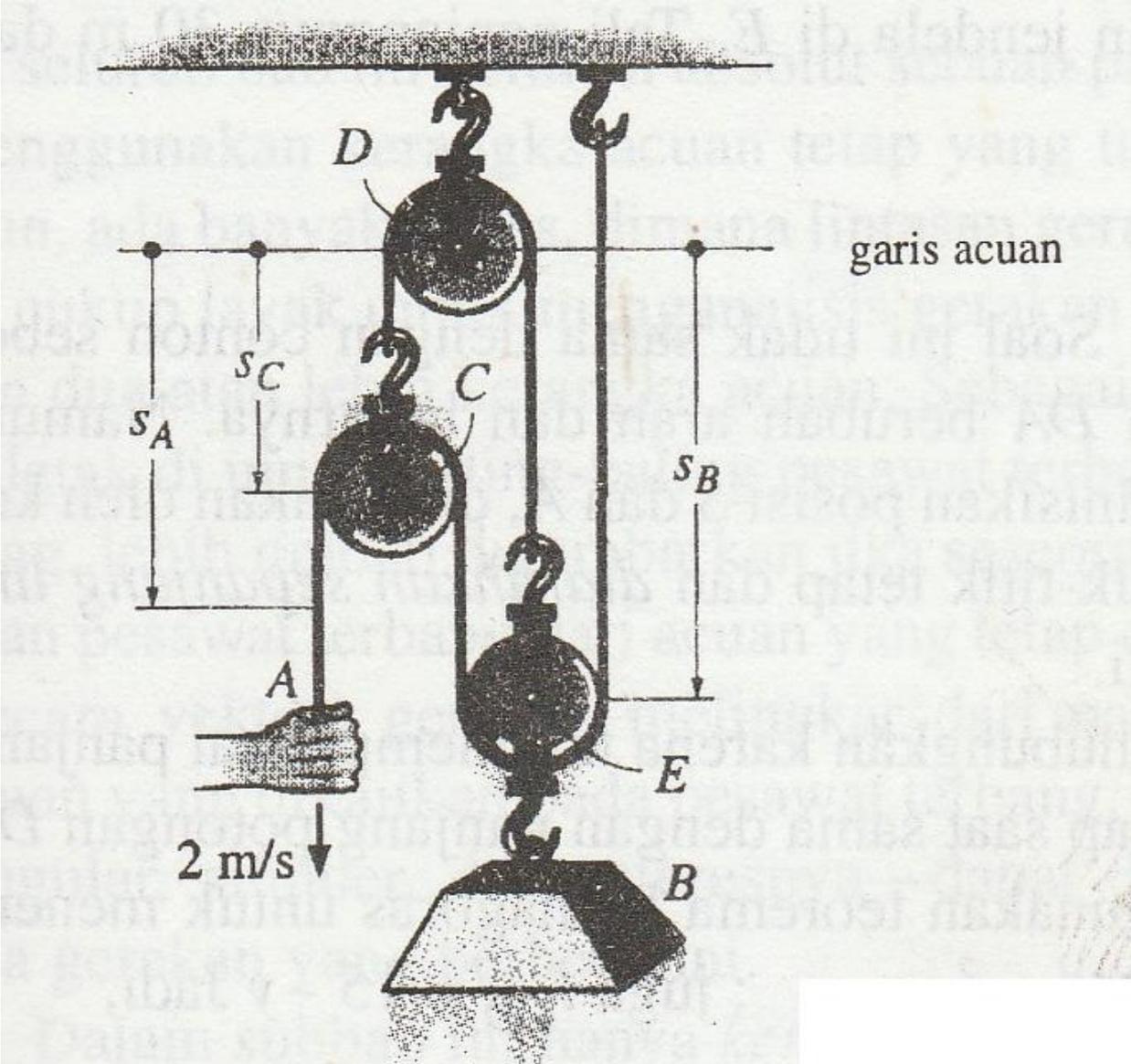


- Gerakan A kebawah menyebabkan gerakan B ke atas
- Kecepatan dan percepatan A (positif) dan B bernilai negatif
- Koordinat posisi dihubungkan dengan persamaan:
- $S_a + l_{CD} + S_B = l_T$
- l_{CD} dan l_T konstan, maka $V_A = -V_B$ dan $a_A = -a_B$

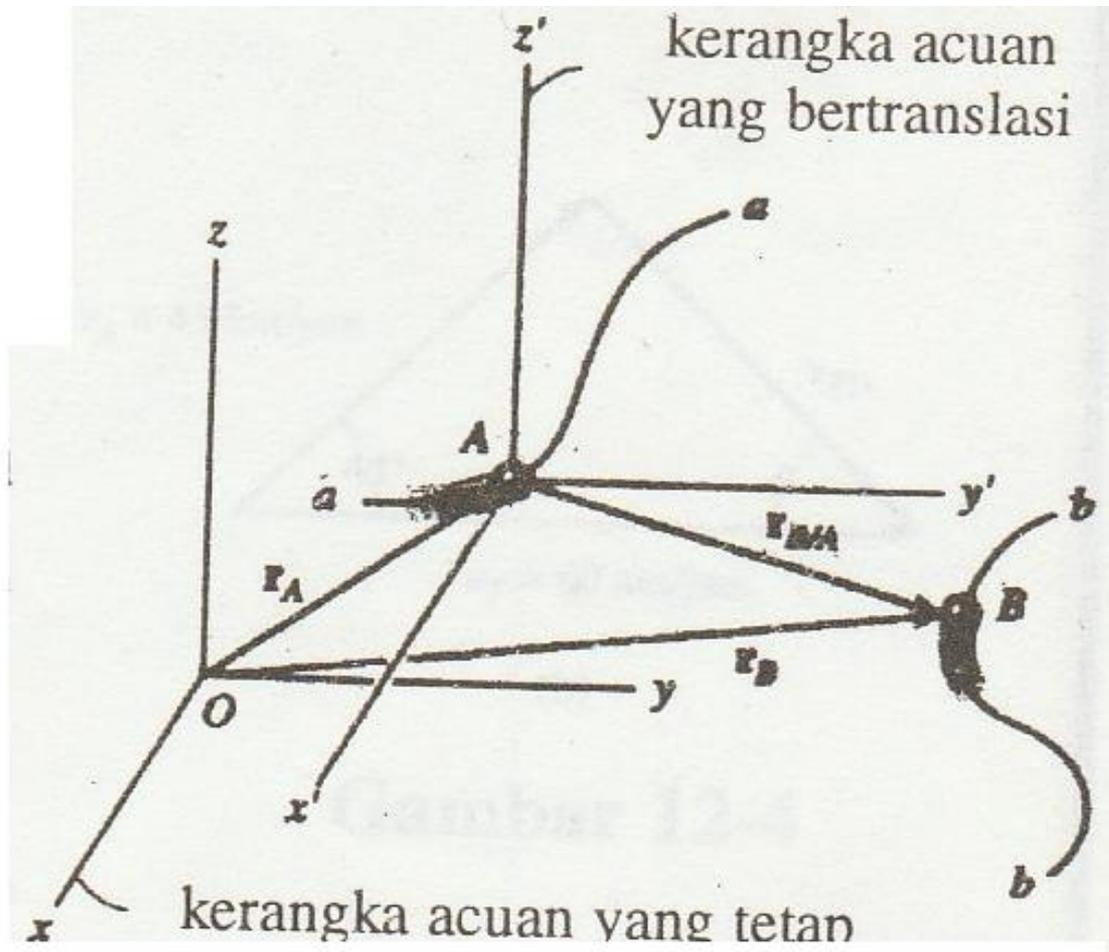


- $2s_B + h + s_A = l_T$
- h dan l_T konstan, maka $2V_B = -V_A$ dan $2a_B = -a_A$

Tentukan kelajuan naiknya balok B jika ujung tali di A ditarik kebawah dengan kelajuan 2 m/s.

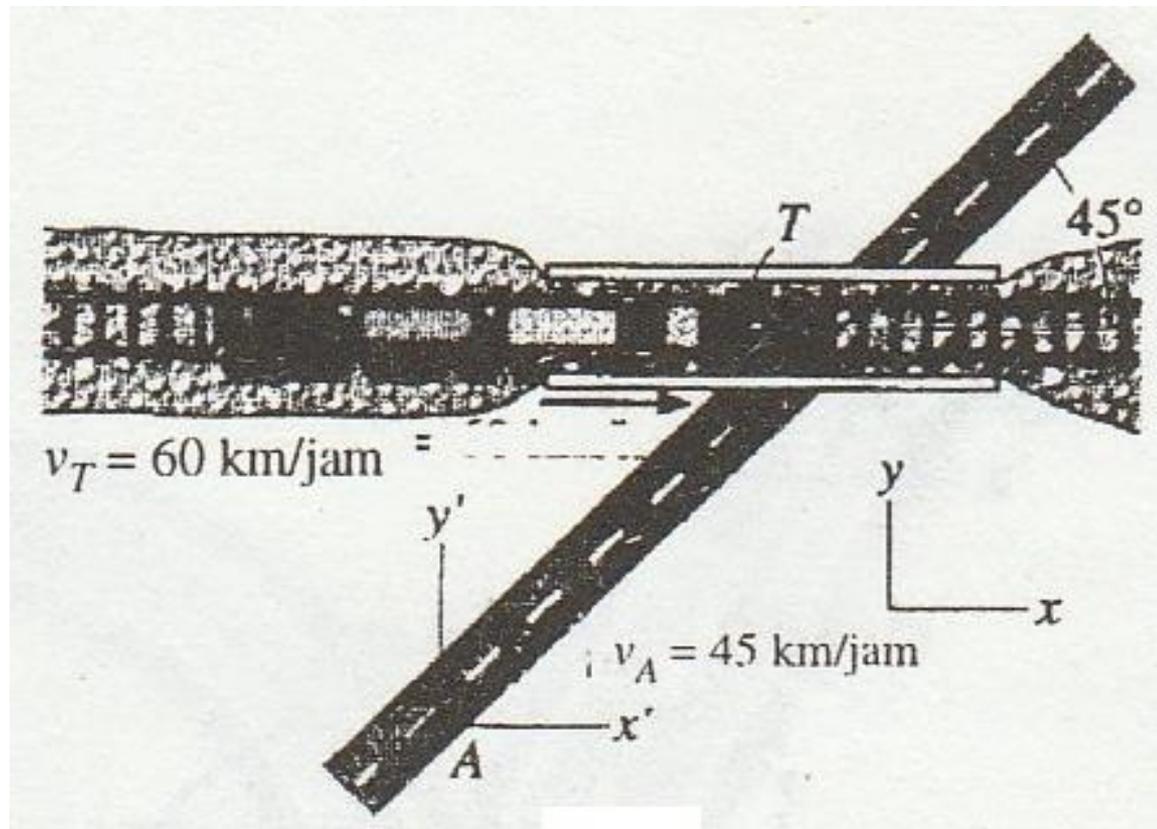


Analisis Gerakan Relatif Dua Partikel dengan Menggunakan Sumbu-sumbu yang Bertranslasi



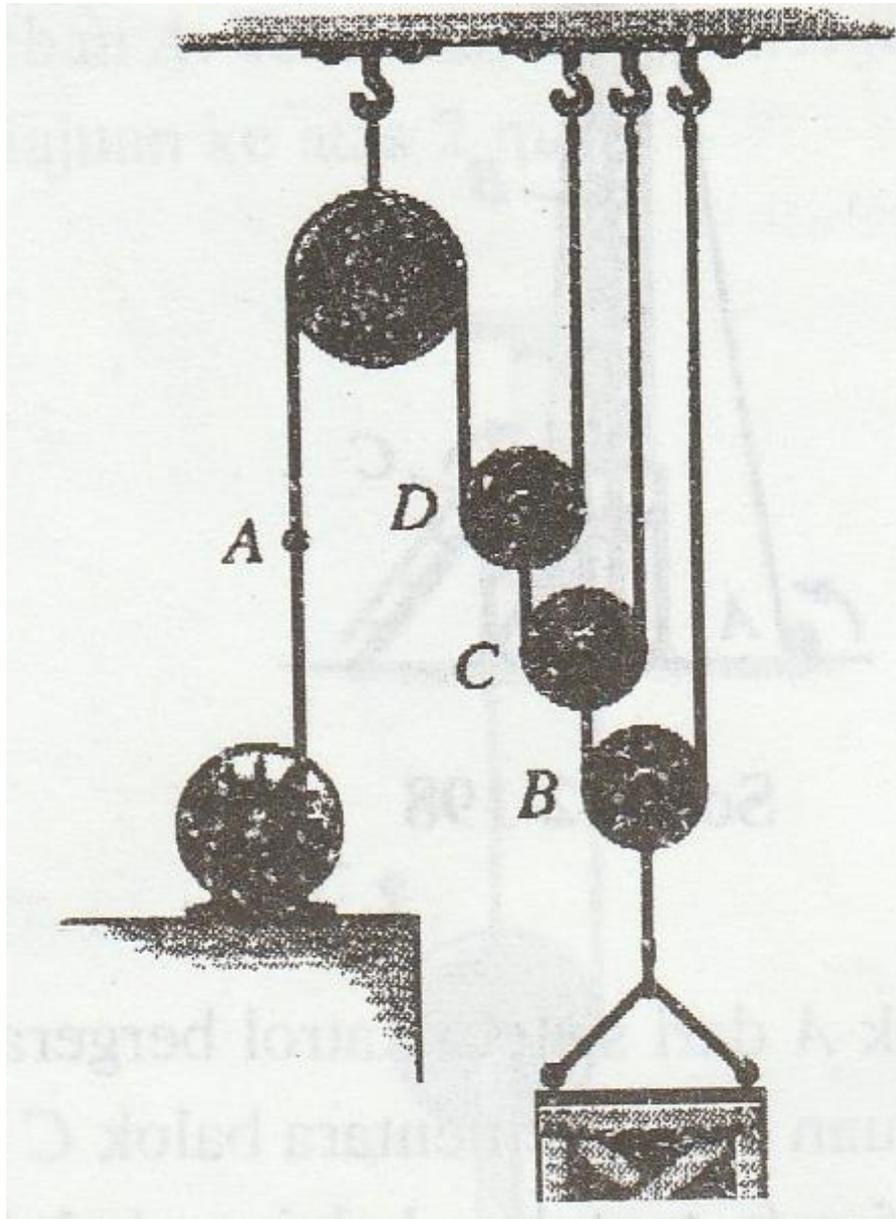
- Posisi
 - Partikel A dan B bergerak sepanjang lintasan aa dan bb
 - Posisi absolut partikel , r_A dan r_B diukur dari titik asal kerangka acuan x, y, z yang sama O
 - Titik asal kerangka acuan kedua x', y', z' dikaitkan pada dan bergerak dengan partikel A
 - Sumbu-sumbu ini tidak berputar, hanya diperbolehkan bertranslasi relatif terhadap kerangka yang tetap
 - Posisi relative B terhadap A dinyatakan oleh vektor posisi relatif $r_{B/A}$
 - Hubungan ketiga vektor: $r_B = r_A + r_{B/A}$
- Kecepatan: $v_B = v_A + v_{B/A}$
- Percepatan: $a_B = a_A + a_{B/A}$

Sebuah kereta api bergerak dengan kelajuan konstan 60 km/jam, menyeberangi sebuah jalan raya seperti ditunjukkan gambar. Jika mobil A bergerak dengan kecepatan 45 km/jam sepanjang jalan, tentukan arah dan kecepatan relatif kereta api terhadap mobil



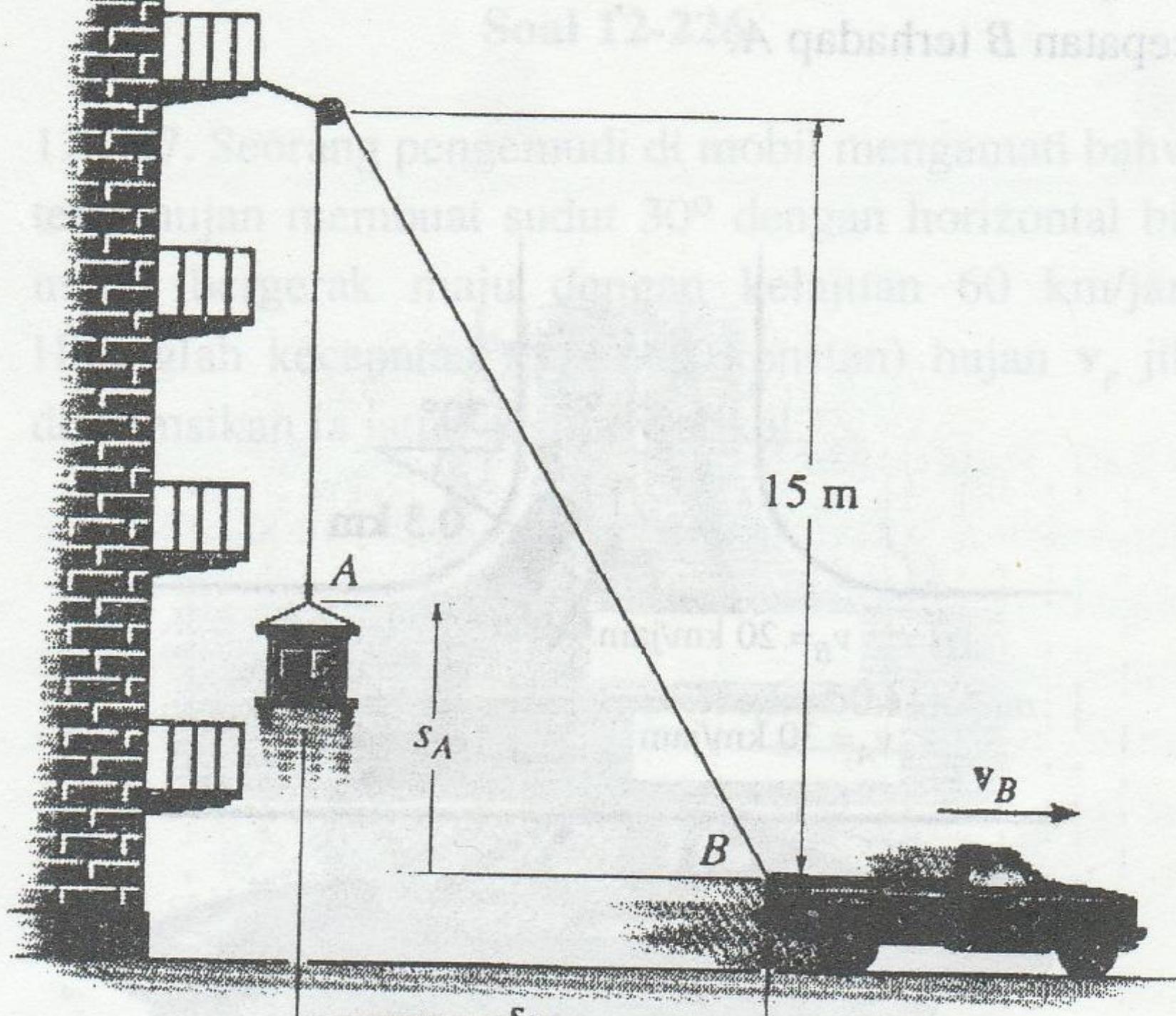
Latihan

1. Tentukan kelajuan konstan kabel di A yang ditarik oleh motor agar beban bergerak sejauh 6 m dalam 1,5 s
2. Mulai dalam keadaan diam, kabel dapat dililitkan pada drum motor dengan $V_A = (3t^2)$ m/s, dengan t dalam sekon. Tentukan waktu yang dibutuhkan untuk mengangkat beban sejauh 7 m.



Bahan Kuliah PS TEP oleh Delvi Yanti

3. Truk di B digunakan untuk mengerek lemari naik ke lantai keempat sebuah gedung dengan menggunakan susunan tali dan katrol yang ditunjukkan pada gambar. Jika truk bergerak maju dengan kelajuan konstan $V_B = 0,6 \text{ m/s}$, tentukan kelajuan lemari naik pada $S_A = 12 \text{ m}$. abaikan ukuran katrol. Ketika $S_B = 0$, $S_A = 0$, sehingga titik A dan B berimpit, yaitu panjang tali 30 m



Daftar Pustaka

Hibbeler. R. C. 1998. Mekanika Teknik (Dinamika).
PT Prenhallindo, Jakarta

Kinetika Sebuah Partikel: Gaya dan Percepatan

Oleh

Delvi Yanti, S.TP, MP

Hukum Newton Tentang Gerakan

Hukum Newton Pertama: Sebuah partikel yang mula-mula diam, atau bergerak dalam garis lurus dengan kecepatan konstan, akan tetap dalam keadaan ini, asalkan partikel tidak dipengaruhi gaya yang tak seimbang

Hukum Newton Kedua: Sebuah partikel yang dipengaruhi gaya tak seimbang F akan mengalami percepatan a yang arahnya sama dengan gaya dan besarnya sebanding dengan gaya tersebut.

Hukum Newton Ketiga: Gaya-gaya yang timbal balik aksi dan reaksi antara dua partikel adalah sama, berlawanan, dan segaris.

Hukum Newton Kedua tentang gerakan, ditulis dalam bentuk matematika sebagai berikut:

$$F = m \cdot a$$

Hukum Newton Tentang Tarikan Gravitasi

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

dengan:

F = gaya Tarik antara kedua partikel

G = konstanta gravitasi universal $(66,73 (10^{-12}) \text{ m}^3 / (\text{kg} \cdot \text{s}^2))$

m_1 dan m_2 = massa masing-masing partikel

r = jarak antara pusat kedua partikel

Partikel diletakkan di atau dekat permukaan bumi, gaya gravitasi satu-satunya yang besarnya terukur adalah gaya antara bumi dan partikel, yang dinamakan “berat”.

- Massa: sifat bahan yang dengannya kita dapat membandingkan aksi satu benda dengan aksi benda lain.
- Massa adalah besaran absolut, karena pengukuran massa dapat dilakukan di tempat manapun
- Berat adalah besaran tidak absolut, karena diukur dalam medan gravitasi, karena itu besarnya tergantung dimana pengukuran dilakukan.

- $W = m \cdot g$

dengan: $W =$ berat (N)

$m =$ massa (kg)

$g =$ percepatan gravitasi ($9,81 \text{ m/s}^2$)

Persamaan Gerakan

- Persamaan Gerakan Sistem Partikel

$$\sum F_i = \sum m_i \cdot a_i$$

- Persamaan Gerakan: Koordinat Siku-siku

$$\sum F = m \cdot a$$

$$\sum F_x \mathbf{i} + \sum F_y \mathbf{j} + \sum F_z \mathbf{k} = m (a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k})$$

- Jika partikel bersinggungan dengan permukaan kasar, maka perlu digunakan persamaan gesekan:

$$F_f = \mu_k \cdot N$$

dengan: F_f = gaya gesekan

μ_k = koefisien gesekan kinetika

N = gaya normal yang bekerja pada permukaan kontak

- Jika partikel dihubungkan dengan suatu pegas elastis, maka gaya pegas:

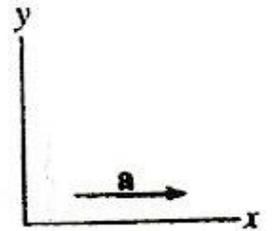
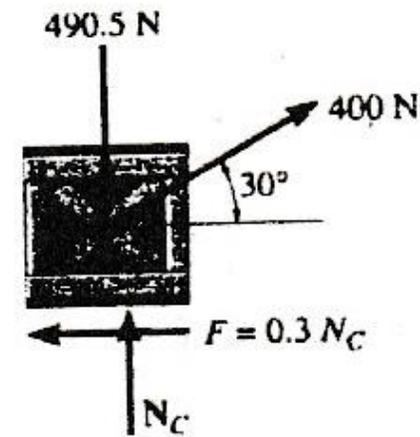
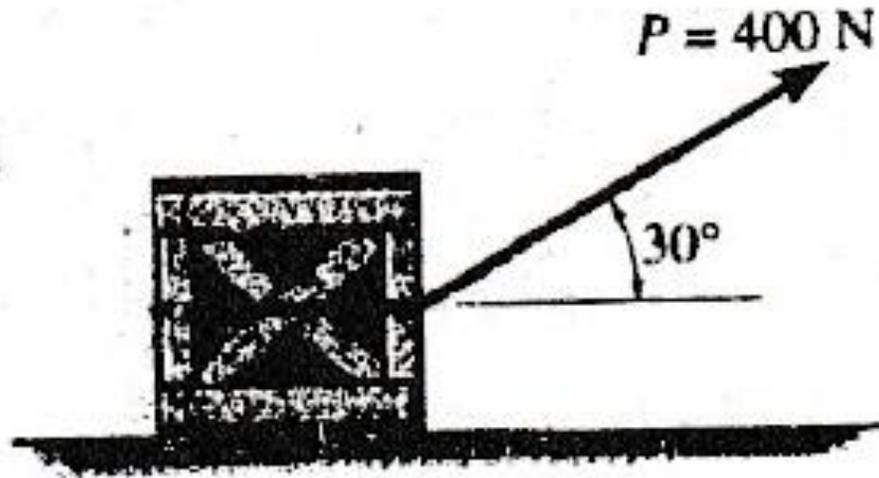
$$F_s = k \cdot s$$

dengan: k = kekakuan pegas

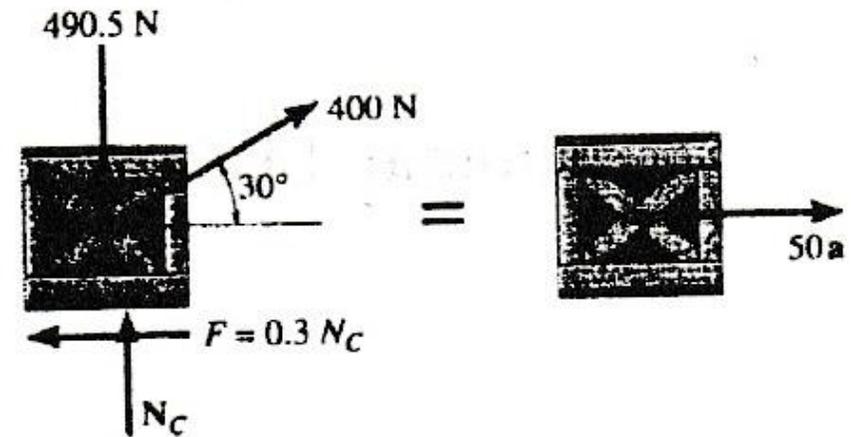
s = peregangan atau penyusutan, $s = l - l_0$

Contoh Soal:

1. Peti 50 kg yang ditunjukkan pada gambar, berada dalam keadaan diam di atas permukaan horizontal yang koefisien gesekan kinetiknya (μ_k) 0,3. Jika peti tidak terguling ketika diberi gaya tarikan 400 N, tentukan kecepatan peti setelah 5 detik dimulai dari keadaan diam.



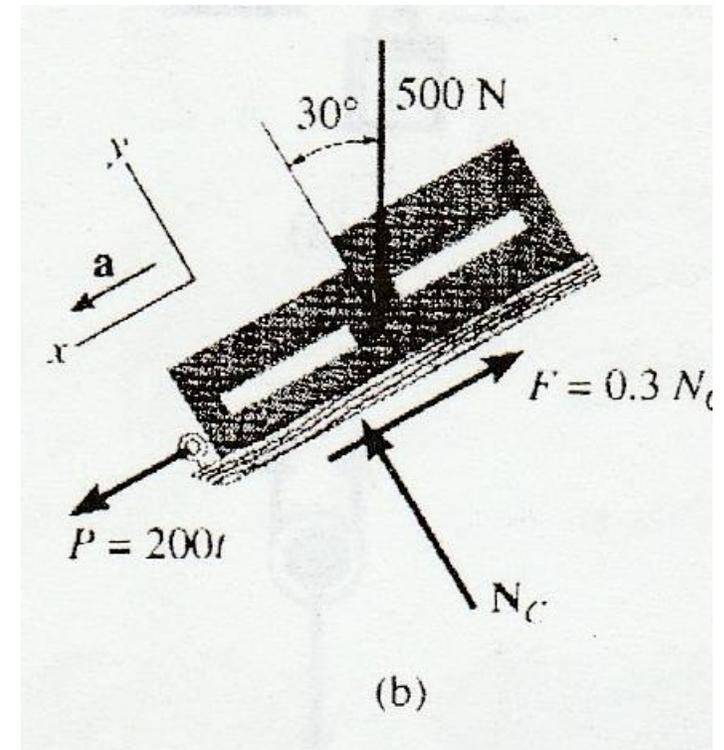
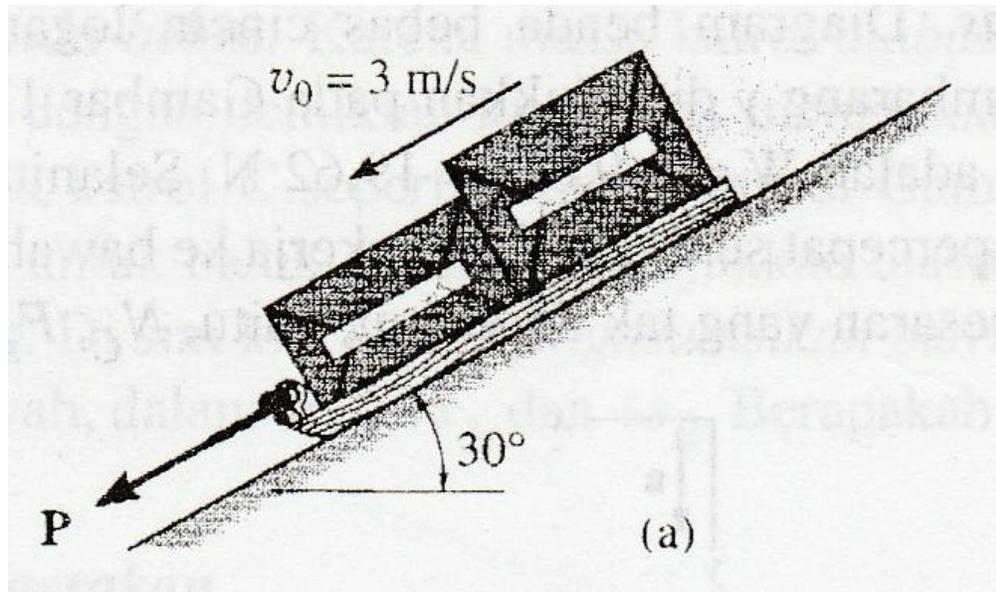
(b)



(c)

Contoh Soal:

2. Kereta meluncur dengan beban yang ditunjukkan seperti gambar, beratnya 500 N dipengaruhi gaya yang mempunyai besar yang berubah $P = 200t$, dengan P (N) dan t (detik). Hitunglah kecepatan kereta meluncur pada 2 detik setelah P digunakan. Kecepatan awal kereta meluncur adalah $v_0 = 3 \text{ m/s}$ menuruni bidang dan koefisien gesekan kinetik (μ_k) 0,3.



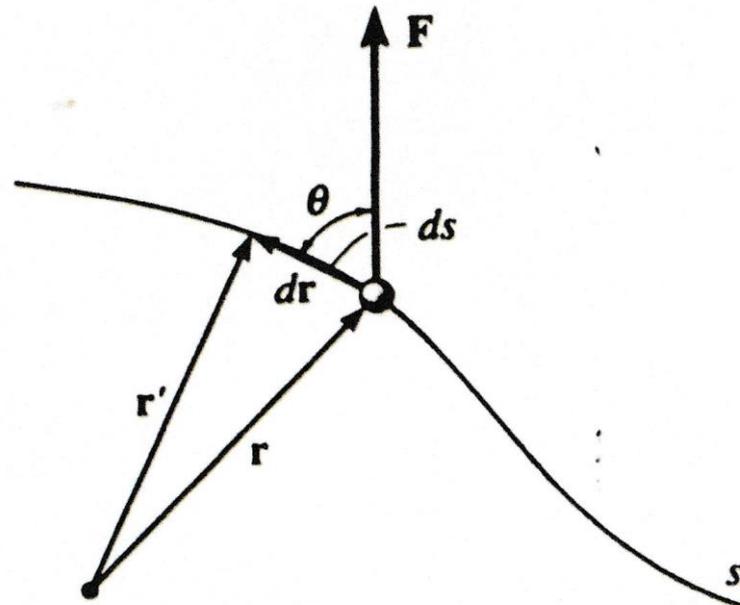
Kinetika Sebuah Partikel: Kerja dan Energi

Oleh

Delvi Yanti, S.TP, MP

Usaha pada Gaya

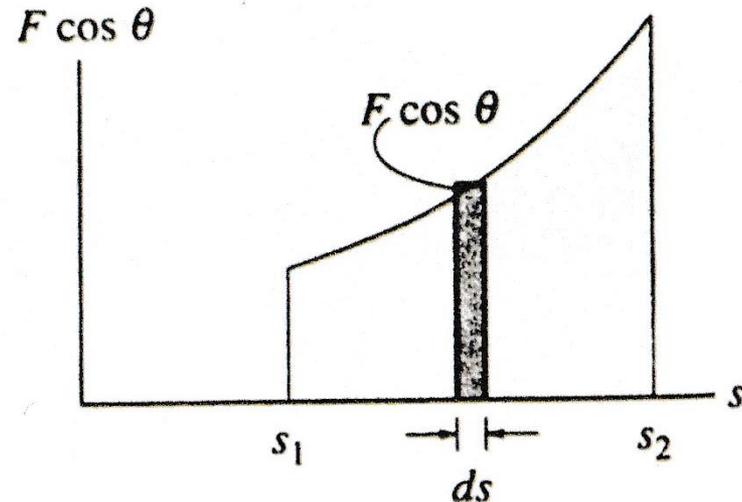
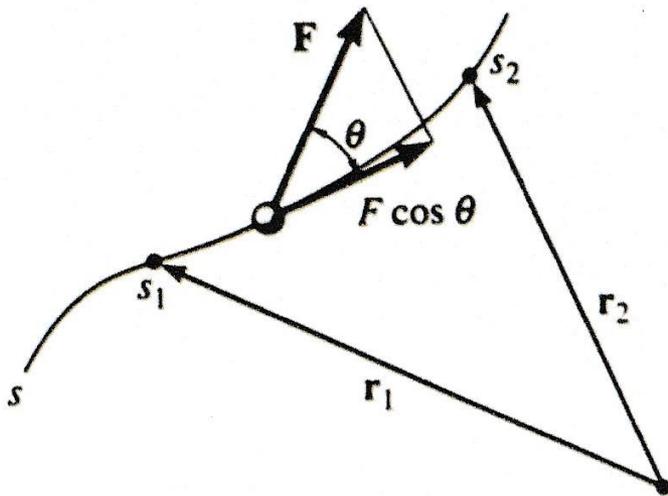
- Gaya melakukan usaha pada partikel hanya saat partikel berada pada lintasan jarak pada arah gaya
- Misalnya gaya bergerak dari posisi r menuju posisi baru r' sehingga jarak adalah $dr = r' - r$
- dr direpresentasikan oleh ds . Jika sudut yang terbentuk antara ujung ds dan F maka usaha dU adalah:
- $dU = F ds \cos \theta$
- $dU = F \cdot dr$



Usaha pada Gaya Variabel

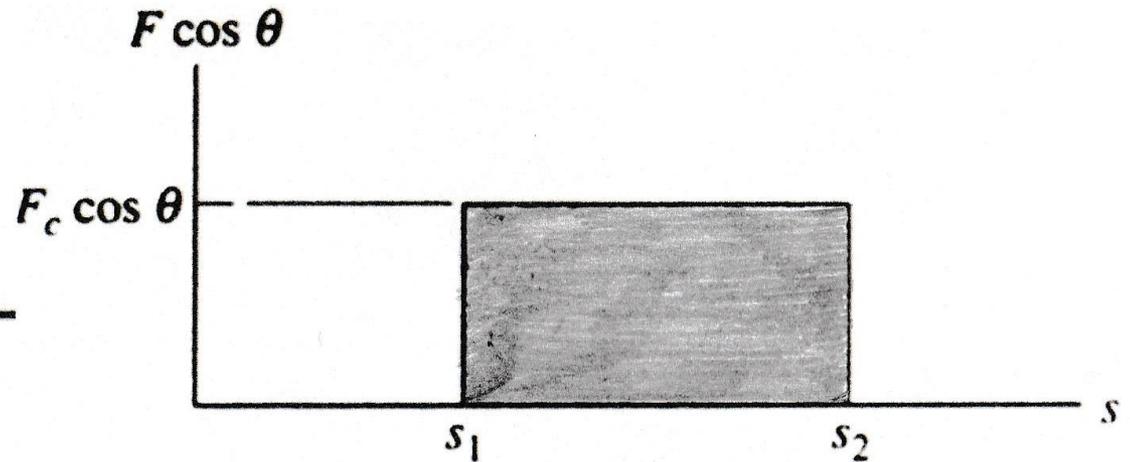
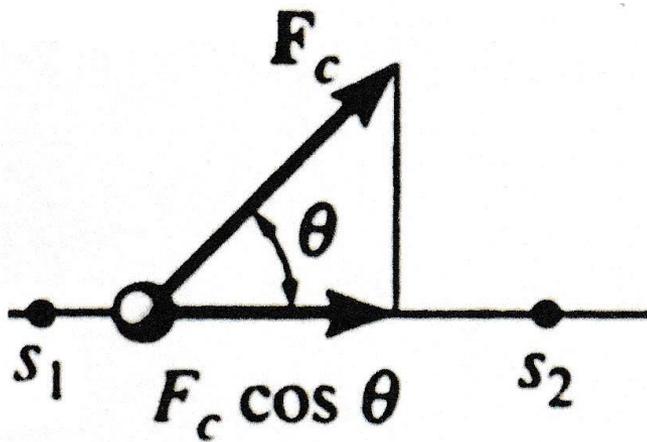
- Jika partikel berada pada sebuah jarak sepanjang $S_1 - S_2$ maka usaha ditentukan dengan integrasi
- Secara grafik usaha = luas di bawah kurva dari posisi $S_1 - S_2$

$$U_{1-2} = \int_{r_1}^{r_2} F \cdot dr = \int_{s_1}^{s_2} F \cos \theta ds$$



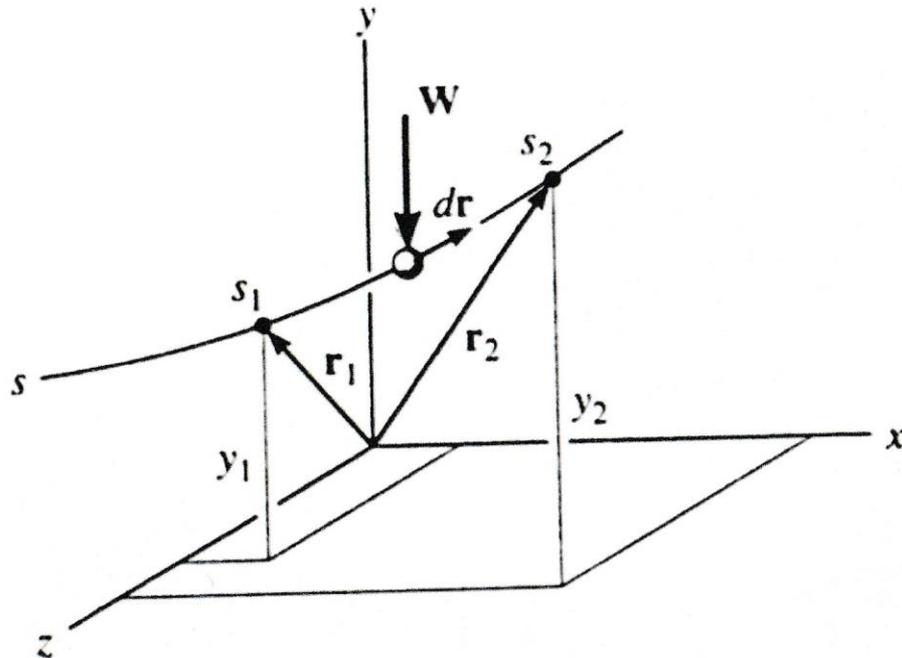
Usaha pada Gaya Konstan Sepanjang Garis Lurus

- Jika gaya F_c mempunyai besaran konstan dan berlaku sudut θ konstan dari bagian garis lurus, maka komponen F_c pada arah jaraknya adalah: $F_c \cos \theta$
- Usaha yang dilakukan F_c saat partikel bergerak dari S_1 menuju S_2 ditentukan oleh:
 - $U_{1-2} = F_c \cos \theta \int_{s_1}^{s_2} ds$
 - $U_{1-2} = F_c \cos \theta (S_2 - S_1)$



Usaha pada Berat

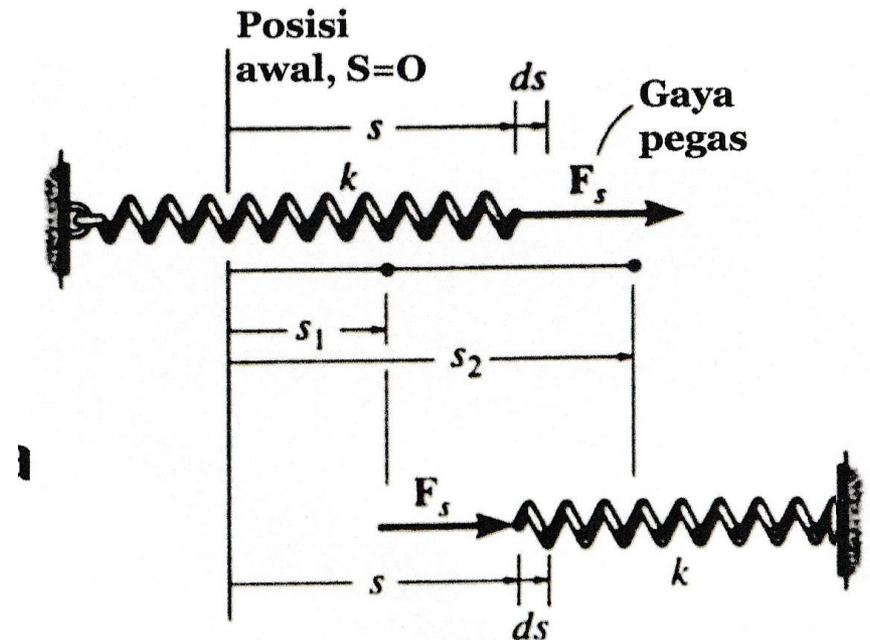
- $dr = dx i + dy j + dz k$, dimana $W = -Wj$ maka usaha yang dilakukan adalah:
- $U_{1-2} = \int F \cdot dr = \int_{r_1}^{r_2} (-Wj) \cdot (dxi + dyj + dzk)$
- $U_{1-2} = \int_{y_1}^{y_2} -W dy = -W (y_2 - y_1)$ atau $U_{1-2} = -W \Delta y$
- Usaha disini adalah (-) karena W kebawah dan Δy ke atas. Jika jarak perpindahan Δy ke bawah, maka usaha pada berat adalah (+)



Usaha pada Sebuah Gaya Pegas

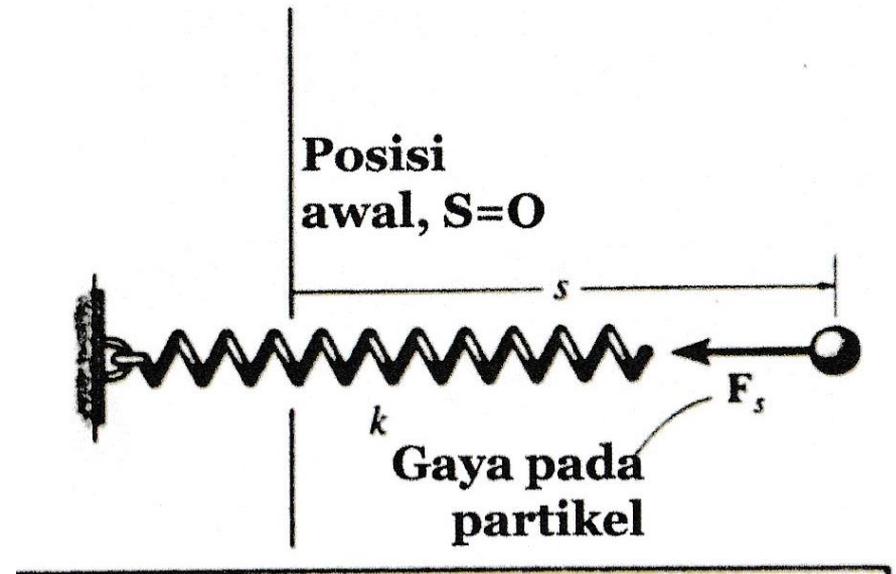
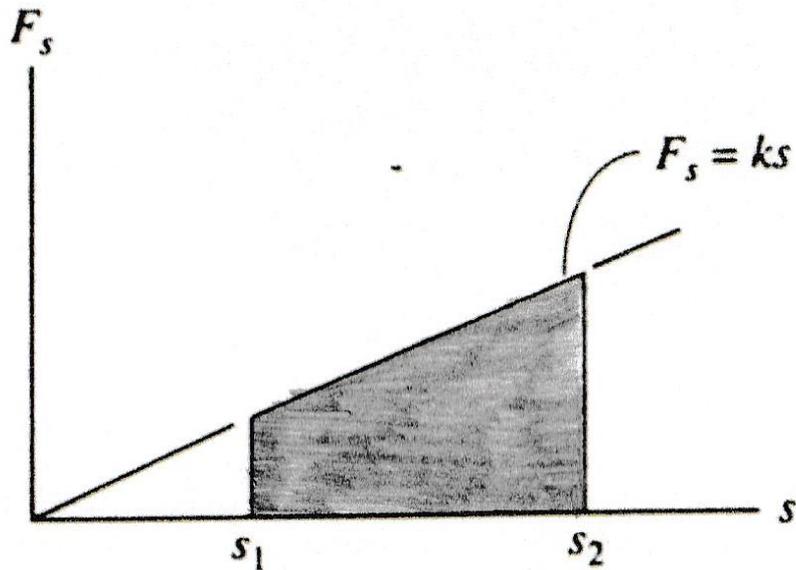
- Persamaan gaya yang dikembangkan dalam sebuah pegas elastis linear saat pegas bergerak dari posisi sebelum meregang adalah: $F_s = k \cdot S$, dimana k adalah konstanta kekakuan pegas
- Jika pegas ditekan dari posisi S_1 hingga S_2 maka usaha yang dilakukan pegas F_s adalah (+) karena pada setiap gaya dan jarak memiliki arah yang sama sehingga:

$$\begin{aligned} U_{1-2} &= \int_{s_1}^{s_2} F_s ds = \int_{s_1}^{s_2} ks ds \\ &= \frac{1}{2} ks_2^2 - \frac{1}{2} ks_1^2 \end{aligned}$$



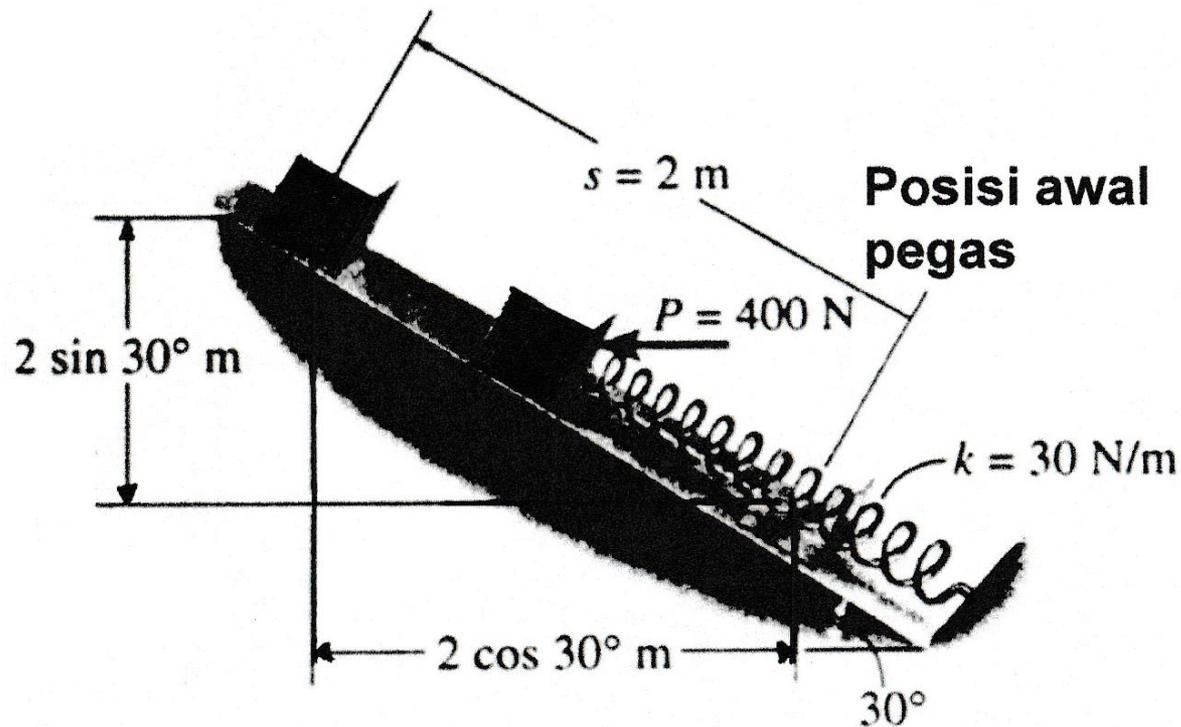
- Persamaan diatas direpresentasikan pada luasan trapezoidal dibawah garis $F_s = k \cdot S$
- Jika sebuah partikel digabungkan pada pegas tersebut, kemudian gaya F_s diusahakan pada partikel adalah berlawanan arah dengan usaha pada pegas sehingga gaya yang berlaku pada usaha (-) saat partikel bergerak memanjang atau menekan pegas, sehingga:

$$U_{1-2} = -\left(\frac{1}{2} k s_2^2 - \frac{1}{2} k s_1^2\right)$$



Contoh Soal

10 kg balok dari keadaan diam pada bidang miring (seperti gambar). Jika pegas meregang 0,5 m, tentukan total usaha yang dilakukan oleh seluruh gaya yang dilakukan pada balok saat gaya horizontal $P = 400 \text{ N}$ menekan balok ke atas bidang sejauh $S = 2 \text{ m}$.



Prinsip Usaha dan Energi

- Persamaan gerak partikel pada arah tangensial: $\sum F_t = m \cdot a_t$, pada arah normal = 0, tidak pada sepanjang garis aksi

$$\bullet \sum \int_{s_1}^{s_2} F_t ds = \int_{v_1}^{v_2} mv dv$$

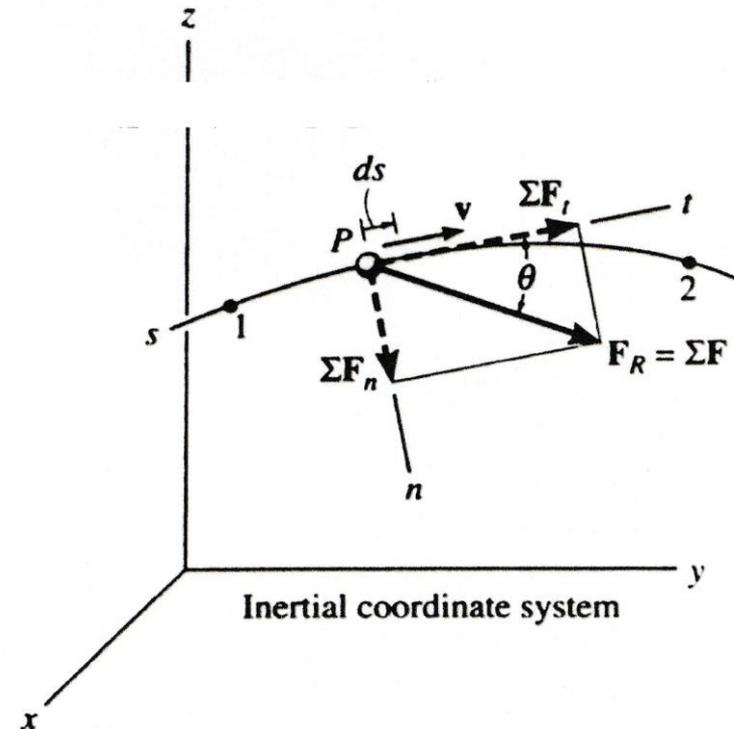
$$\bullet \sum \int_{s_1}^{s_2} F_t ds = \frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2$$

$$\bullet \sum U_{1-2} = \frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2$$

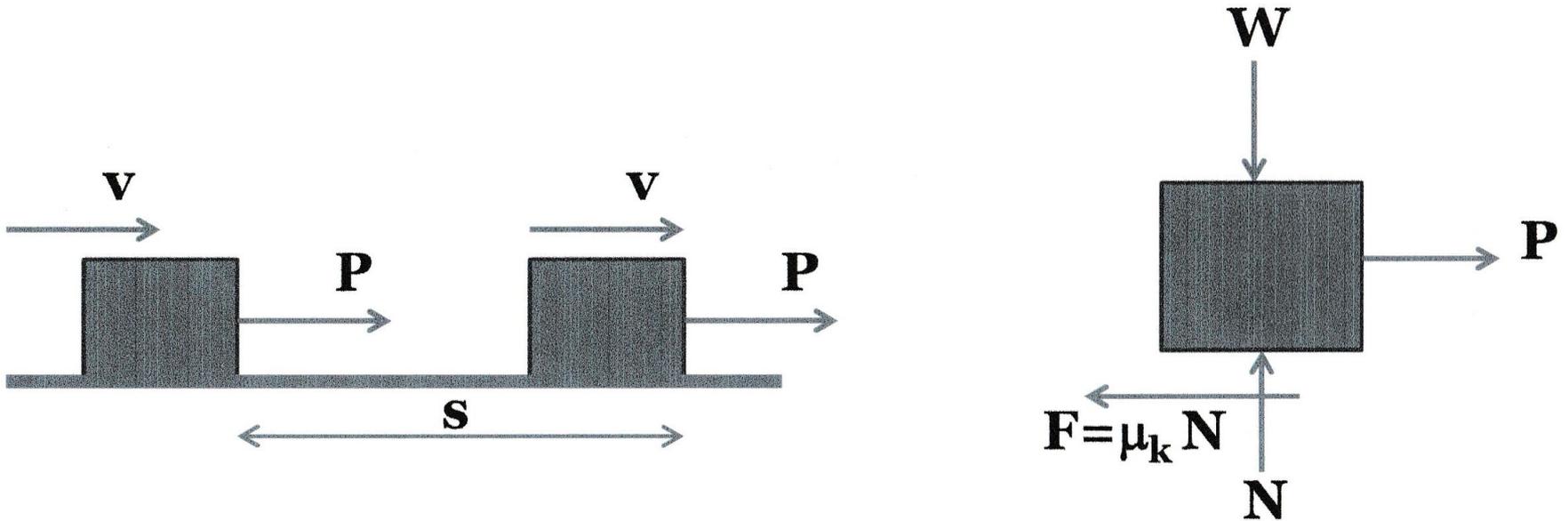
- Bila $\frac{1}{2} mv^2 = \text{energi kinetik} = T$

- Prinsip usaha dan energy:

$$T_1 + \sum U_{1-2} = T_2$$



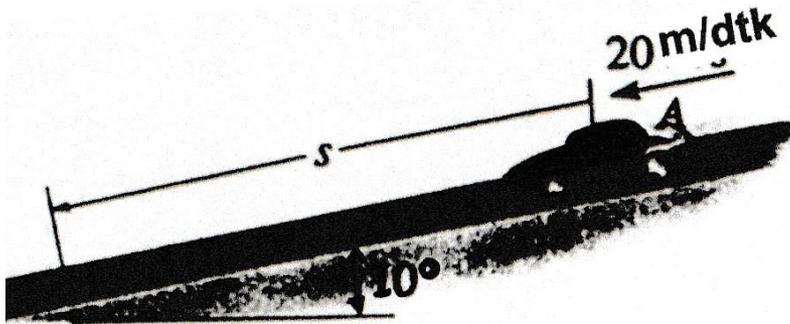
Usaha Friksi yang Disebabkan Oleh Luncuran



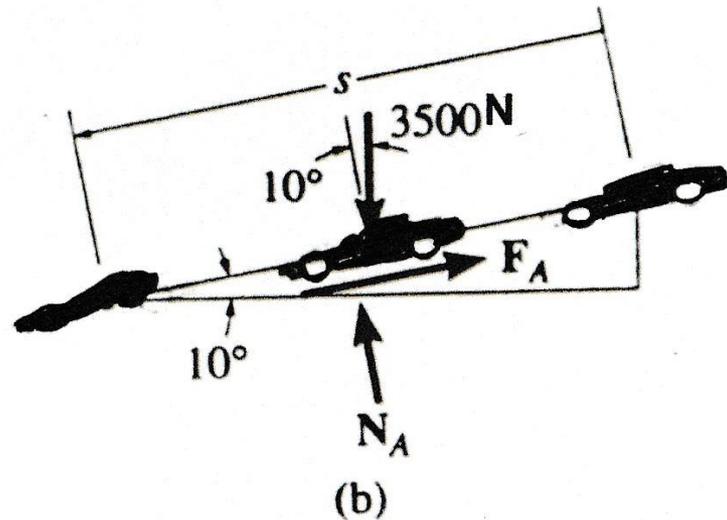
$$\frac{1}{2}mv_1^2 + PS - \mu_k N_s = \frac{1}{2}mv_2^2$$

Contoh Soal

1. 3500 N automobile berjalan menurun dengan kemiringan 10° pada kecepatan 20 m/detik. Jika pengemudi tiba-tiba mengerem, sehingga bannya benar-benar berhenti, tentukan berapa jarak s hingga bannya benar-benar berhenti. Koefisien friksi kinetik antara ban dan jalan adalah $\mu_k = 0,5$

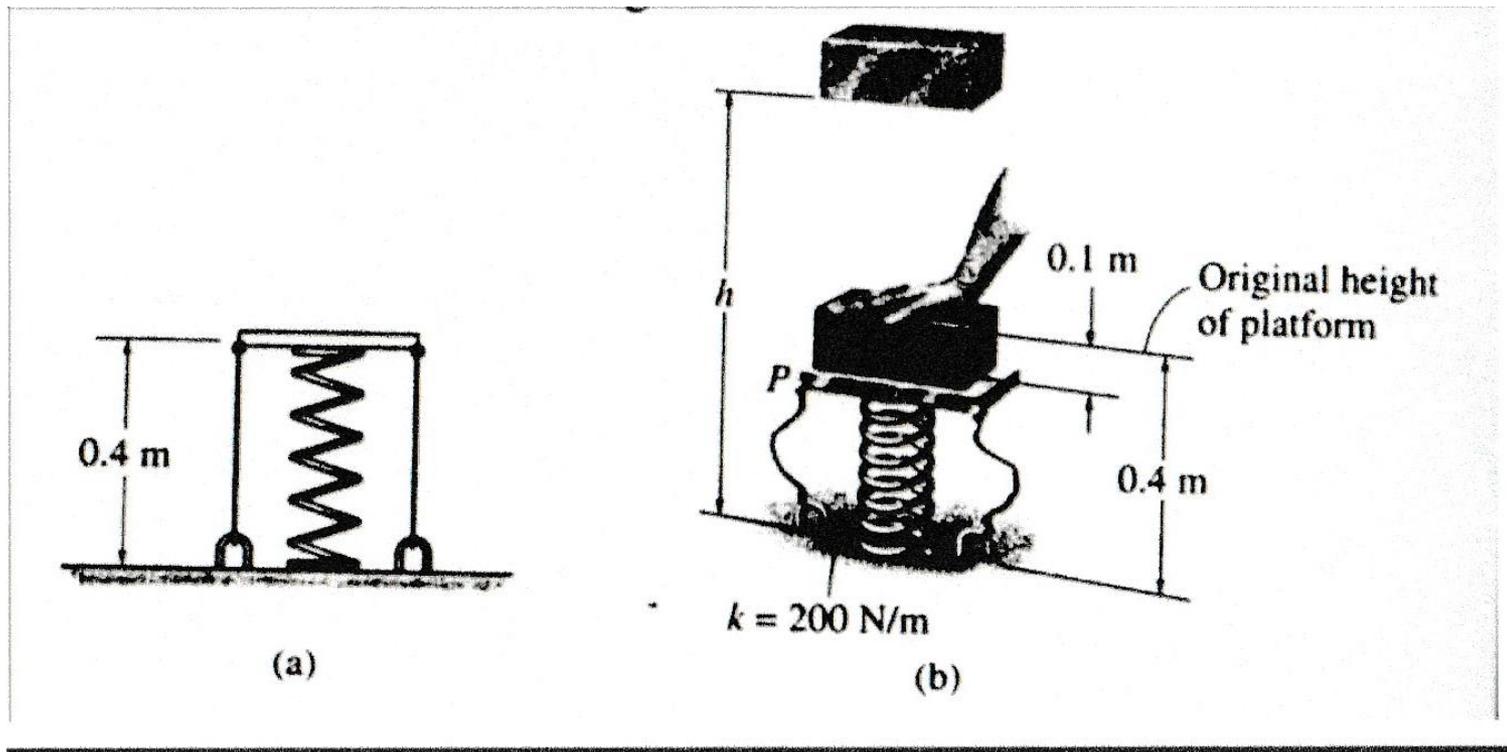


(a)



(b)

2. Platform P memiliki massa yang dapat diabaikan. Tinggi pegas sebelum diberikan platform P adalah 1 m, kemudian platform diikat ke bawah dan di tekan 0,6 m sehingga panjang tali menjadi 0,4 m. jika 2 kg batang diletakkan di atas platform dan dilepaskan dari keadaan diam setelah platform didorong turun 0,1 m, tentukan ketinggian maksimum h naiknya balok di udara diukur dari tanah.



Daftar Pustaka

Hibbeler. R. C. 1998. Mekanika Teknik (Dinamika).
PT Prenhallindo, Jakarta